

## Тема урока: « Формулы сложения»

### Класс: 10

#### Цели урока:

**Образовательная:** вывод формул сложения для косинуса; обучение применению формул сложения при вычислениях и выполнении преобразований тригонометрических выражений

**развивающая:** развитие алгоритмического мышления, памяти, внимания; развивать у учащихся умение излагать мысли, делать выводы, обобщения; развивать познавательный интерес, логическое мышление.

**воспитательная:** прививать учащимся интерес к предмету посредством информационных технологий.

#### Ход урока:

##### 1.Организационный момент.

(Проверить готовность класса к уроку, отметить отсутствующих).

Однажды Сократ, окруженный учениками, поднимался к храму. Навстречу им спускалась известная афинская гетера. « Вот ты гордишься своими учениками, Сократ, - улыбнулась она ему, - но стоит мне только легонько поманить их, как они покинут тебя и пойдут вслед за мной». Мудрец же ответил так: « Да, но ты зовёшь их вниз, в теплую весёлую долину, а я веду их вверх, к неприступным, чистым вершинам».

Вот и мы с вами сегодня должны подняться на одну ступеньку вверх, изучив формулы сложения.

Итак, тема нашего урока « Формулы сложения».

Основная цель урока – вывести формулы сложения для косинуса суммы и разности углов, отработать их применение при вычислениях и выполнении преобразований тригонометрических выражений.

##### 2.Актуализация знаний.

Урок мы начнём с выполнения небольшой тестовой работы, которая нацелена на повторение основных тригонометрических тождеств, проверку усвоения предыдущего материала.(Первый вариант выполняет тест за компьютером; для второго варианта на слайде компьютера).

##### Тест.

Вариант 1	Вариант 2
1) $(1 - \sin(-\beta))(1 - \sin\beta)$	1) $(1 - \cos(-\beta))(1 + \cos(-\beta))$
2) $\operatorname{tg}(-\beta) \operatorname{ctg}\beta + \sin^2(-\beta)$	2) $\operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}(-\beta) + \cos^2(-\beta)$
3) $\cos(-\beta) + \cos\beta \operatorname{tg}^2(-\beta)$	3) $\sin(-\beta) - \sin\beta \operatorname{ctg}^2(-\beta)$
4) $\frac{1 + \sin(-\beta)}{\cos(-\beta)} - \operatorname{tg}(-\beta)$	4) $\frac{1 + \cos(-\beta)}{\sin(-\beta)} - \operatorname{ctg}(-\beta)$

5) $\frac{\cos^2(-\beta) - \cos^4(-\beta)}{\sin^2(-\beta)}$	5) $\frac{\sin^2(-\beta) - \sin^4(-\beta)}{\cos^2(-\beta)}$
-------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------

**Варианты ответов:**

1	2	3	4	5	6	7	8
$\sin^2 \beta$	$\cos^2 \beta$	$-\sin^2 \beta$	$-\cos^2 \beta$	$\frac{1}{\sin \beta}$	$\frac{1}{\cos \beta}$	$-\frac{1}{\sin \beta}$	$-\frac{1}{\cos \beta}$

Тесты  
Вариант 1

- 1)  $(1 - \sin(-\beta))(1 - \sin \beta)$
- 2)  $\operatorname{tg}(-\beta) \operatorname{ctg} \beta + \sin 2(-\beta)$
- 3)  $\cos(-\beta) + \cos \beta \operatorname{tg} 2(-\beta)$
- 4)  $1 + \sin(-\beta) \cos \beta - \operatorname{tg}(-\beta)$
- 5)  $\frac{\sin^2(-\beta) - \sin^4(-\beta)}{\cos^2(-\beta)}$

Вариант 2

- 1)  $(1 - \cos(-\beta))(1 + \cos(-\beta))$ ;
- 2)  $\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg}(-\beta) + \cos^2(-\beta)$ ;
- 3)  $\sin(-\beta) - \sin \beta \operatorname{ctg}^2(-\beta)$ ;
- 4)  $\frac{1 + \cos(-\beta)}{\sin(-\beta)} - \operatorname{ctg}(-\beta)$
- 5)  $\frac{\sin^2(-\beta) - \sin^4(-\beta)}{\cos^2(-\beta)}$

**3. Устная**

работа.

Вычислить:

а)  $\cos \frac{\pi}{2}$  ;

д)  $\cos \pi + \sin \pi$ ;

б)  $\sin \frac{\pi}{2}$  ;

е)  $\sin^2(5\alpha + \beta) + \cos^2(5\alpha + \beta)$

в)  $\cos(-45^\circ)$ ;

ж)  $\cos 75^\circ$ ;

г)  $\frac{2}{\sin(-30^\circ)}$

з)  $\cos 15^\circ$ .

Итак, при выполнении устной работы мы повторили табличные значения синуса, косинуса некоторых углов. И столкнулись с проблемой нахождения значений косинуса углов, которых нет в таблице. Сейчас мы займёмся выводом формул, которые помогут нам в разрешении создавшейся ситуации.

**4. Объяснение нового материала.**

**4. Объяснение нового материала**

Формула:  $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

Докажем теорему.  
Для любых  $\alpha$  и  $\beta$  справедливо равенство  
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ .

(Доказательство проводится по рисунку в виде беседы).


А теперь вернёмся к нашим примерам  $\cos 75^\circ$  и  $\cos 15^\circ$ .

Как можно получить формулу для косинуса разности углов?  
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ .

Расстояние между двумя точками с заданными координатами:

- Если  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  то

$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ .



(На слайде формула:  $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ .)

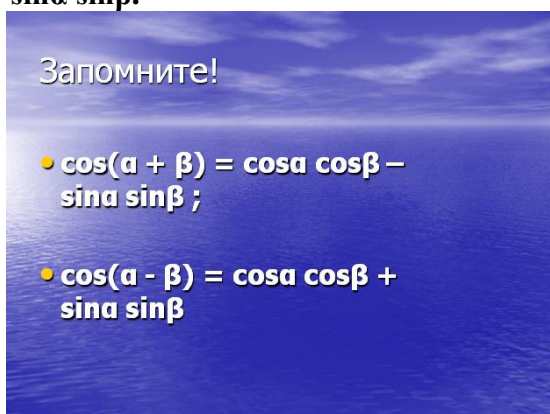
Докажем теорему. Для любых  $\alpha$  и  $\beta$  справедливо равенство  
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ .

(Доказательство проводится по рисунку в виде беседы).

А теперь вернёмся к нашим примерам  $\cos 75^\circ$  и  $\cos 15^\circ$ .

Как можно получить формулу для косинуса разности углов?

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta.$$



### 5. Закрепление изученных формул.

№ 482 (устно), № 481(1;3), 484(1;3), 488.

### 6. Первичная проверка усвоения изученного материала.

Самостоятельная работа с последующей проверкой с помощью компьютера.

Вариант 1	Вариант 2
1) Вычислить: $\cos 120^\circ$ ;	1) Вычислить: $\cos 240^\circ$ ;
№ 483(1)	№ 483(2)

Решение.

$$\text{Вариант 1: } 1) \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ \cos 30^\circ - \sin 90^\circ \sin 30^\circ = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

№ 483 (1).

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} - 1 \text{ четверть}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - 3}{6}.$$

$$\text{Вариант 2: } 1) \cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = \cos 180^\circ \cos 60^\circ - \sin 180^\circ \sin 60^\circ = \\ = -\frac{1}{2} - 0 = -\frac{1}{2}.$$

№ 483 (2).

$$\cos \alpha = -\frac{1}{3} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi - 2 \text{ четверть}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4 - \sqrt{2}}{6}.$$

### **7. Итоги урока.**

Итак, сегодня на уроке мы вывели формулы для нахождения косинуса суммы и разности двух углов, отработали навыки применения этих формул при вычислении и выполнении преобразований тригонометрических выражений, оценили уровень усвоения нового материала.

### **8. Домашнее задание.**

Обязательный уровень: № 481(1), 484 (2;4), 491(1),  
Дополнительно: № 497(1;3).